

Selbstkontrolle 1

1. Sei $r > 1$ und sei X eine Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ \frac{x^2}{2} & (0 \leq x < 1) \\ \frac{1}{2} + c \int_1^x \frac{1}{u^r} du & (x \geq 1) \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die Konstante $c = c(r)$ in Abhängigkeit von r . Finden Sie $P[X = 1]$.
- b) Berechnen Sie die Dichte von X sowie die Dichte von $Y = \log X$.
2. Wir betrachten 3 Urnen A , B und C . Urne A enthält 3 weisse und 4 schwarze Kugeln, Urne B enthält 5 weisse und 3 schwarze Kugeln, und Urne C enthält 1 weisse und 3 schwarze Kugeln.

Zuerst wird eine der 3 Urnen zufällig gewählt, wobei Urne A mit Wahrscheinlichkeit $p \in [0, \frac{1}{3}]$ gewählt wird und Urne B mit Wahrscheinlichkeit $2p$. Danach wird zufällig eine Kugel aus der gewählten Urne entnommen.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit (abhängig von p), dass die gezogene Kugel schwarz ist.
- b) Wir nehmen jetzt an, dass die gezogene Kugel weiss ist. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ursprünglich die Urne C gewählt wurde.